P. Sup. B/L Septembre 2025

TD n° 1 : Espaces probabilisés

Exercice 1

Une urne contient 5 boules blanches et 10 boules noires.

- 1. On tire au hasard 2 fois une boule de l'urne en remettant la boule après tirage. Quelle est la probabilité d'obtenir 1 boule blanche et 1 boule noire dans cet ordre ? dans un ordre quelconque ?
 - 2. Mêmes questions si les tirages se font sans remise.
- 3. On tire simultanément 5 boules de l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules blanches et 3 boules noires ?

Exercice 2

On pioche simultanément trois boules d'une urne contenant 4 boules blanches, 3 boules noires et 2 boules rouges. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une blanche et une rouge?

Exercice 3

On choisit au hasard un sous-ensemble de [1, n] $(n \ge 2)$.

- 1. Quel est le nombre de résultats possibles?
- 2. Quelle est la probabilité que ce sous-ensemble :
 - a) contienne 1 et 2?
 - b) ne contienne ni 1 ni 2?
 - c) contienne 1 ou 2?

Exercice 4

Dans un supermarché se trouvent 150 packs de lait dont 50 contiennent du lait avarié. Dans la journée, 150 clients prennent chacun un pack au hasard dans l'ordre de leur arrivée.

Préférez-vous être le 1 er, le 2 ème,..., le 150 ème acheteur?

Exercice 5

Neuf touristes embarquent dans trois bateaux pouvant recevoir chacun de 0 à 9 passagers. Quelles sont les probabilités des événements suivants :

- 1. Chaque bateau embarque 3 personnes.
- 2. Aucun bateau n'est vide.
- 3. Dans chaque bateau, il y a au moins 2 personnes et au plus 4.

Exercice 6

Pour le Noël des Khâgneux, chacun des 27 élèves de la classe a déposé au pied du sapin un cadeau à destination d'un de ses camarades. Le Père Noël, très fatigué en cette fin de semestre, a distribué les cadeaux au hasard. Quelle est la probabilité qu'au moins un khâgneux reçoive son propre cadeau.

Exercice 7

Les six tomes de la saga Dune sont rangés sur le rayon d'une bibliothèque. On les enlève pour épousseter l'étagère puis on les replace au hasard. Quelle est la probabilité que :

- 1. le tome 3 retrouve sa place?
- 2. le tome 3 et le tome 5 retrouvent leur place?
- 3. chaque tome retrouve sa place?
- 4. aucun tome ne retrouve sa place?

- Ex. 1:i) le nombre de cas favorables est le nombre de parties de $[\![3,n]\!]$; ii) idem ; iii) utiliser l'événement contraire.
- Ex. 2:1) utiliser des 2-listes; 2) arrangements; 3) combinaisons.
- Ex. 3 : utiliser l'événement contraire.
- Ex. 4 : calculer la probabilité pour le k-ème acheteur d'avoir un carton avarié en utilisant des permutations.
- Ex. 5 : a) on distingue les touristes et on attribue à chacun un bateau ; b) utiliser l'événement contraire ; c) distinguer 2 répartitions (2,3,4) ou (3,3,3).
- Ex. 6 : Probabilité d'une réunion non disjointe qu'on peut calculer avec la formule de Poincaré.
- Ex. 7:1.2.3. permutations; 4. formule de Poincaré.

\sim ■ Indications pour les exercices du TD n $^\circ$ 1 $\blacktriangleright\sim$

- Ex. 1:i) le nombre de cas favorables est le nombre de parties de $[\![3,n]\!]$; ii) idem ; iii) utiliser l'événement contraire.
- Ex. 2:1) utiliser des 2-listes; 2) arrangements; 3) combinaisons.
- Ex. 3 : utiliser l'événement contraire.
- Ex. 4 : calculer la probabilité pour le k-ème acheteur d'avoir un carton avarié en utilisant des permutations.
- Ex. 5 : a) on distingue les touristes et on attribue à chacun un bateau ; b) utiliser l'événement contraire ; c) distinguer 2 répartitions (2,3,4) ou (3,3,3).
- Ex. 6 : Probabilité d'une réunion non disjointe qu'on peut calculer avec la formule de Poincaré.
- Ex. 7 : i) ii) iii) permutations; iv) formule de Poincaré.