

Soutien n° 2 : Probabilités conditionnelles - Indépendance

Exercice 1 *Vrai ou Faux ?*

1. Si A et B sont deux événements tels que $A \subset B$, alors $\mathbb{P}_A(B) = 1$.
2. Pour tout couple d'événements (A, B) , on a : $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}_B(A) + \mathbb{P}_{\bar{B}}(A)$.
3. Si A est indépendant de B et C et si B et C sont incompatibles, alors A est indépendant de $B \cup C$.
4. Quels que soient les événements A et B , on a : $\mathbb{P}(A | B) \leq \mathbb{P}(A)$.

Exercice 2

On jette simultanément deux dés à 6 faces équilibrés. Calculer les probabilités que :

1. un des deux dés ait amené le nombre 3 sachant que la somme des 2 dés a donné 6.
2. la somme des deux dés soit un nombre supérieur ou égal à 7 sachant que les 2 numéros sont de même parité.

Exercice 3

Trois usines produisent des moteurs identiques qui sont stockés dans un même entrepôt dont la répartition est la suivante : 50% des moteurs proviennent de l'usine A, 30% de l'usine B et 20% de l'usine C. De plus on sait que : 5% des moteurs produits dans l'usine A sont défectueux, 8% pour l'usine B et 4% pour l'usine C.

Calculer la probabilité pour qu'un moteur défectueux provienne de l'usine A.

Exercice 4

En cas de migraine trois patients sur cinq prennent de l'aspirine (ou équivalent), deux sur cinq prennent un médicament M présentant des effets secondaires : avec l'aspirine, 75% des patients sont soulagés. Avec le médicament M, 90% des patients sont soulagés.

1. Quel est le taux global de personnes soulagées ?
2. Quelle est la probabilité pour un patient d'avoir pris de l'aspirine sachant qu'il est soulagé ?

Exercice 5

Dans une population on sait que la probabilité de naissance d'un garçon est de 0,52. Par ailleurs, on sait que 2% des filles et 1% des garçons présentent une luxation congénitale de la hanche.

1. On note F l'événement "naissance d'une fille" et L l'événement "avoir une luxation de la hanche". Les événements F et L sont-ils indépendants ?
2. Quelle est la probabilité qu'un nouveau-né présentant une luxation soit une fille ?

Exercice 6

On dispose de n urnes numérotées de 1 à n , $n \geq 2$. Dans l'urne numéro k se trouvent k boules blanches et $n - k$ boules rouges. On choisit au hasard une urne, puis on tire simultanément deux boules dans cette urne.

1. Quelle est la probabilité d'avoir deux boules blanches ?
2. Même question si on tire les deux boules successivement et avec remise.
3. Quelle est la limite de ces probabilités quand n tend vers $+\infty$?

Exercice 7

Une compagnie aérienne étudie l'évolution des réservations sur l'un de ses vols. Elle constate que l'état d'une place donnée évolue ainsi : elle est libre au jour 0 (jour d'ouverture des réservations), puis, si elle est libre au jour n , il y a une probabilité $\frac{4}{10}$ que quelqu'un la réserve au jour $n+1$. Par contre, si elle est réservée au jour n , elle reste réservée au jour $n+1$ avec probabilité $\frac{9}{10}$. On note p_n la probabilité que la place soit réservée au jour n .

Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n et en déduire p_n , puis sa limite quand n tend vers $+\infty$.