

**Programme de la colle n° 9 (du 3/03 au 15/03)**
**I) Variables aléatoires à densité (suite et fin)**

Révision du programme précédent (partie concernant ce chapitre).

Lois continues classiques : loi uniforme sur  $[a, b]$  ; loi exponentielle et propriété de loi sans vieillissement ; loi normale centrée réduite, propriétés de  $\Phi$  ; loi normale générale, théorème :  $X$  suit une loi  $\mathcal{N}(m, \sigma^2) \iff X^*$  suit une loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  où  $X^*$  est la variable centrée réduite associée à  $X$ .

Indépendance de deux ou plusieurs variables à densité : définitions, propriétés immédiates, propriétés (admisses) sur l'espérance d'un produit et la variance d'une somme de variables indépendantes (mutuellement ou 2 à 2) ; définition de la covariance et du coefficient de corrélation linéaire.

Statistiques : Loi faible des grands nombres, théorème d'or de Bernoulli ;  $n$ -échantillon d'une loi d'une VAR  $X$ , échantillon réalisé, statistique sur l'échantillon, exemple de la moyenne empirique  $\bar{X}_n$ , calcul de l'espérance et la variance.

Intervalle de confiance pour le paramètre d'une loi, propriété :  $\left[ \bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n\alpha}}, \bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n\alpha}} \right]$  est un intervalle de confiance de l'espérance de  $X$  au niveau de confiance  $1 - \alpha$ , élargissement de l'intervalle dans le cas d'une variable bornée ou d'une variable de Bernoulli pour éliminer  $\sigma$ .

**II) Produit scalaire dans  $\mathbb{R}^n$  (début)**

Produit scalaire canonique, propriétés : le produit scalaire usuel est une forme bilinéaire, symétrique, définie, positive ; norme euclidienne associée, propriétés dont l'identité de polarisation ; inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité ; inégalité triangulaire ; distance euclidienne associée à la norme euclidienne, définition des boules et des sphères de  $\mathbb{R}^n$ .

Orthogonalité : vecteurs orthogonaux, théorème de Pythagore ; parties orthogonales, cas des s.e.v. définis par une famille génératrice ; propriété : les s.e.v. orthogonaux sont en somme directe.

**Question de cours :**

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus (hors révisions). Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.

**N. B.** : En 1ère semaine aucun exercice ne portera sur le II).