Programme de la colle n° 8 (du 27/01 au 8/02)

I) Intégrales généralisées (suite et fin)

Révision du programme précédent (partie concernant ce chapitre).

Critères de convergence pour les fonctions positives : critère utilisant la majoration d'une primitive, critère de comparaison ($0 \leqslant f \leqslant g$ ou $f = o(g)$), critère d'équivalence (extension au cas des fonctions de signe constant).

Convergence absolue : définition, théorème (admis) : la convergence absolue entraîne la convergence et l'inégalité triangulaire, définition d'une intégrale semi-convergente, exemple de Dirichlet (divergence en valeur absolue admise).

Intégration par parties et changement de variable dans les intégrales généralisées : pas de théorème pour le changement de variable, méthode pratique sur des exemples en utilisant des bornes variables et un passage à la limite.

II Variables aléatoires à densité (début)

Généralités : densité, V. A. à densité, propriété : X admet une densité ssi F (fonction de répartition) est continue, de classe C^1 sauf éventuellement en un nombre fini de points et alors F', éventuellement prolongée, est une densité ; calculs de $\mathbb{P}(X = a)$, $\mathbb{P}(X < a)$, etc. ; fonction d'une V.A. à densité : calcul de la densité sur des exemples : $aX + b$, e^X.

Espérance de X, de $\varphi(X)$, propriétés (admises) : linéarité, croissance ; variance et moment d'ordre r, propriétés ; variable centrée réduite ; inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.

Question de cours :

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus (hors révision). Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.

N. B. : En 1ère semaine, les exercices porteront sur le I).