

**Programme de la colle n° 4 (du 18/11 au 30/11)****I) Variables aléatoires discrètes**

Révision du programme précédent, en particulier les lois de couples.

**II) Fonctions polynômes**

Fonctions polynômes de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}[x]$ , cas d'égalité de deux polynômes ; degré, terme et coefficient dominant, polynôme unitaire,  $\mathbb{R}_n[x]$  et rappel de sa structure vectorielle (dimension, base canonique) ; opérations dans  $\mathbb{R}[x]$  ; degré d'une somme, de  $\lambda P$ , d'un produit. Divisibilité, polynôme irréductible ; division euclidienne : existence et unicité du quotient et du reste admises, degré du quotient ; reste de la division par  $x \mapsto x - a$ .

Racines d'un polynôme : définition, caractérisation à l'aide de la division par  $x - a$ , généralisation à  $n$  racines 2 à 2 distinctes, conséquence : tout polynôme non nul de  $\mathbb{R}_n[x]$  a au plus  $n$  racines distinctes ; définition d'une racine d'ordre  $n$  (sans la dérivation).

Dérivation dans  $\mathbb{R}[x]$  : polynôme dérivé, dérivées successives d'un polynôme.

Caractérisation des racines multiples :  $\alpha$  est racine d'ordre  $n$  de  $P \iff \alpha$  est racine d'ordre  $n - 1$  de  $P'$  et racine de  $P \iff P(\alpha) = P'(\alpha) = P''(\alpha) = \dots = P^{(n-1)}(\alpha) = 0$  et  $P^{(n)}(\alpha) \neq 0$  (admis) ; propriété : une fonction polynôme  $P$  admet un extremum local en  $x_0$  si, et seulement si,  $x_0$  est une racine de  $P'$  d'ordre de multiplicité impair.

Théorème de d'Alembert-Gauss (admis) ; conséquence : tout polynôme de  $\mathbb{R}[x]$  se décompose en un produit de facteurs du premier degré à l'aide des racines dans  $\mathbb{C}$  (admis).

**Question de cours :**

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus (hors révision). Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.