P. Sup. B/L 2025/2026

Programme de la colle n° 2 (du 29/09 au 11/10)

I) Espaces probabilisés (suite et fin)

Révision du programme précédent (partie concernant ce chapitre).

Probabilités conditionnelles : définition, théorème (admis) : \mathbb{P}_B est une probabilité; propriétés : probabilité conditionnelle de l'événement contraire, d'une réunion de 2 événements ; formule des probabilités composées ; formule des probabilités totales pour un système complet ou quasi complet d'événements ; formule de Bayes.

Indépendance en probabilité : définition, indépendance des événements contraires ; indépendance mutuelle et 2 à 2 de n événements ; propriété (admise) : l'indépendance mutuelle de n événements entraı̂ne l'indépendance mutuelle des événements et de leurs contraires ; suite d'événements mutuellement indépendants ; épreuves indépendantes.

II) Variables aléatoires discrètes (début)

Généralités sur les variables aléatoires réelles quelconques : définition, opérations ; fonction de répartition, propriétés : croissance, limites en $-\infty$ et $+\infty$, limites à gauche et à droite en x_0 (admises) et calcul de $\mathbb{P}(a < X \leq b)$.

Définition et loi de probabilité d'une V.A.R. discrète; fonction de répartition d'une V.A.R. discrète, représentation graphique dans le cas où X est finie; fonction d'une V.A.R. discrète : définition, propriété : $\varphi(X)$ est une V.A.R. discrète et calcul de sa loi.

Espérance : définition, théorème de transfert (admis), propriétés de linéarité :

 $\mathbb{E}(aX+b), \mathbb{E}(\varphi_1(X)+\varphi_2(X))$ et $\mathbb{E}(\lambda X+\mu Y)$ (admise pour cette dernière), variable centrée, propriété de monotonie de l'espérance.

Variance, écart type, propriétés de la variance : formule de Kœnig-Huygens, V(aX + b), $\sigma(aX+b)$; variable centrée réduite associée à une variable de variance non nulle ; définition des moments d'une V.A.R. discrète.

Inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Lois discrètes usuelles : loi uniforme, variable de Bernoulli, cas de la fonction caractéristique d'un événement.

Question de cours:

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus (hors révisions). Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.

N. B.: les exercices porteront d'abord sur le I).