

Programme de la colle n° 10 (du 16/03 au 28/03)
I) Produit scalaire dans \mathbb{R}^n (suite et fin)

Révision du programme précédent (partie concernant ce chapitre).

Familles orthogonales, une telle famille est libre si elle ne contient pas le vecteur nul ; vecteur normé, famille orthonormale ; propriétés dont liberté et l'existence (admise) d'une b.o.n. obtenue en complétant une famille libre orthonormale, calcul des coordonnées et de la norme dans une b.o.n., expression matricielle du produit scalaire dans une b.o.n. et mise en évidence de l'endomorphisme adjoint (notion hors programme).

Supplémentaire orthogonal : définition de l'orthogonal d'une partie, propriétés : l'orthogonal est un s.e.v., c'est le seul supplémentaire orthogonal, dimension, double orthogonal.

Système d'équations cartésiennes obtenues à partir d'une base de l'orthogonal ; hyperplan : définition, orthogonal, un hyperplan est l'orthogonal d'une droite vectorielle, équation cartésienne, propriété : deux vecteurs orthogonaux à un hyperplan sont colinéaires.

Projection orthogonale : définition, propriétés : celles des projections et le noyau est l'orthogonal de l'image, condition suffisante pour qu'une projection soit orthogonale, expression du projeté orthogonal dans une b.o.n. de l'image ; théorème : le projeté orthogonal minimise la distance au s.e.v., définition de la distance d'un vecteur à un s.e.v.

II) Fonctions de deux variables (début)

Surface représentative, ligne de niveau k , exemples pour les projections $(x, y) \mapsto x$ et $(x, y) \mapsto y$, pour $(x, y) \mapsto ax + by$ et $(x, y) \mapsto x^2 + y^2$.

Disques ouverts, fermés, voisinages, partie ouverte, fermée, bornée de \mathbb{R}^2 .

Limites et continuité : définitions (limites finies ou infinies en un point), exemples des projections et des fonctions polynômes ; théorème d'opérations sur les fonctions continues (admis), y compris la composition avec une fonction d'une variable ; théorème (admis) sur les fonctions continues sur une partie compacte ; définition des fonctions partielles et continuité de celles-ci si la fonction est continue, contre-exemple pour la réciproque.

Question de cours :

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus (hors révisions). Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.

N. B. : En 1ère semaine aucun exercice ne portera sur le II).