

Programme de la colle n° 1 (du 16/09 au 28/09)**I) Séries**

Généralités : définitions, exemples dont la série harmonique ; propriété : condition nécessaire et non suffisante de convergence ($u_n \rightarrow 0$) ; opérations sur les séries.

Séries à termes positifs : th. 1 : $\sum u_n$ converge si, et seulement si, les sommes partielles sont majorées, cas de la divergence ; th. 2 : règle de comparaison avec extension au cas où $u_n = o(v_n)$; règle des équivalents et extension au cas où l'un des termes généraux est de signe constant à partir d'un certain rang ; règle de d'Alembert.

Séries de Riemann : définition, convergence. Séries doubles à termes positifs : théorème de Fubini (admis).

Séries à termes réels : convergence absolue ; théorème : toute série absolument convergente est convergente (admis), inégalité triangulaire pour la somme, semi-convergence, exemples ; séries de références : $\sum x^n$, $\sum \frac{x^n}{n!}$, avec $x \in \mathbb{R}$ (convergence et sommes, somme admise pour la 2nde).

II) Espaces probabilisés (début)

Ensembles finis et dénombrables ; propriétés des cardinaux sans la formule générale du crible, partition d'un ensemble. Dénombrement : p -listes d'un ensemble fini, arrangements, permutations, combinaisons, formules de combinatoire (dont formule de Pascal) ; théorème sur le nombre de parties d'un ensemble fini.

Espaces probabilisés : épreuve, univers, événement ; intersection et réunion d'événements ; événements certain, impossible, élémentaire, contraire, incompatibles ; système complet d'événements ; probabilité sur un univers quelconque, propriétés, dont formule de Poincaré (admise), théorème (admis) : équivalence entre la donnée d'une probabilité et d'une distribution de probabilité dans un univers fini ou dénombrable ; équiprobabilité et calcul de $\mathbb{P}(A)$ dans ce cas à l'aide de $\text{Card } A$. Événement quasi impossible, quasi certain, système quasi complet d'événements ; propriétés (admis) : probabilité d'une réunion croissante et d'une intersection décroissante, et conséquence dans le cas d'une suite quelconque d'événements.

Question de cours :

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus. Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.

N. B. : les exercices porteront d'abord sur les Séries, éventuellement sur les Probabilités ensuite.