L. Sup. B/L Octobre 2025

# TD n° 4 : Matrices et Systèmes linéaires (2)

#### Exercice 1

Résoudre les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} 2x + 3y + 5z = 1 \\ 5x + 2y + 3z = 4 \\ 3x + 5y + 2z = 0 \end{cases}$$
 
$$(S_2) \begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x - y + 3z = 8 \\ x + 2y - z = -3 \\ x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

#### Exercice 2

Discuter et résoudre, suivant les valeurs du paramètre  $a \in \mathbb{R}$ , les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} 2x - 2y = ax \\ -x + 3y = ay \end{cases} (S_2) \begin{cases} (a+1)x + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + z = a + 1 \end{cases}$$

#### Exercice 3

Calculer l'inverse, lorsqu'il existe, des matrices suivantes  $(a \in \mathbb{R})$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \; ; \; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} ; \; C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & a & -4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \; ; \; D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

## Exercice 4

- 1. Montrer que la matrice  $A=\begin{pmatrix}2&1&3\\3&-1&2\\1&3&2\end{pmatrix}$  est inversible et calculer  $A^{-1}$  en utilisant la méthode de Gauss-Jordan.
- 2. Résoudre le système suivant : (S)  $\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ 3x y + 2z = 1 \\ x + 3y + 2z = -1 \end{cases}$

# Exercice 5

On considère la matrice  $A_{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & \alpha \end{pmatrix}$ . Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de  $\alpha \in \mathbb{R}$   $A_{\alpha}$  est inversible et calculer  $A_{\alpha}^{-1}$  pour ces valeurs.

### Exercice 6

Soit 
$$n \in \mathbb{N}^*$$
 et  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}).$ 

Montrer que A est inversible et calculer son inverse en utilisant la méthode de Gauss-Jordan.