

Soutien n° 0 : Puissances - Fractions

Rappels sur les fractions

Pour $a \in \mathbb{R}$ et $b, c, d \in \mathbb{R}^*$, on a :

$$\begin{aligned} & \bullet \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} & \bullet \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} & \bullet \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \\ & \bullet \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b} & \bullet \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc} & \bullet \frac{1}{\frac{b}{c}} = \frac{c}{b} & \bullet \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b} & \bullet \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}. \end{aligned}$$

Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible) :

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{4} - \frac{11}{10}; & B &= \frac{3}{\frac{3}{7}}; & C &= \frac{\frac{7}{9}}{\frac{4}{3}}; & D &= \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}}; & E &= \frac{1}{\frac{3}{4}} - \frac{1}{\frac{3}{7}}; & F &= \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{4}\right) \times \left(\frac{9}{4} + \frac{21}{6}\right); \\ G &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right). \end{aligned}$$

Exercice 2

Comment peut-on simplifier les expressions suivantes (où $a, b, x \in \mathbb{R}$) ?

$$A(x) = \frac{2x+3}{2}; \quad B(x) = \frac{-(4x-3)}{2} - \frac{(-2x+3)}{2}; \quad C(x) = \frac{2}{2x+3}; \quad D(x) = \frac{3x-6}{-3}.$$

Rappels sur les puissances

Pour $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$, $a^n = \underbrace{a \times \dots \times a}_n$ et $a^0 = 1$. Par exemple : $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$.

$$\begin{aligned} \text{On a : } & \bullet a^n \times a^m = a^{n+m} & \bullet (a^n)^m = a^{nm} & \bullet (a \times b)^n = a^n \times b^n \\ & \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} & \bullet \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} & \bullet \frac{1}{a^n} = a^{-n}. \end{aligned}$$

Rq : 1) ces égalités sont valables pour des entiers n et m négatifs si les réels a et b ne sont pas nuls.

$$2) \text{ Si } a > 0, \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}.$$

Exercice 3

Mettre sous forme d'une puissance de 2 (où $n \in \mathbb{N}$) :

$$A = 2^{12} \times (2^3)^6; \quad B = (-2)^7; \quad C = \frac{8^4}{4^4}; \quad D = 4^{-5}; \quad E = \frac{2^3}{\sqrt{2}^3}; \quad F = (\sqrt{2})^{4n}; \quad G = (-4)^n$$

Exercice 4

Exprimer en fonction de q^n les expressions suivantes lorsque $n \in \mathbb{N}$ et $q \in \mathbb{R}^*$:

$$\text{a) } q^{n+1}; \quad \text{b) } q^{n-1}; \quad \text{c) } q^{-n+1}; \quad \text{d) } q^{2n}; \quad \text{e) } q^{2n-1}; \quad \text{f) } q^{n+1} - q^n.$$

Exercice 5

$$\text{Simplifier } A = \frac{(-18)^7 \times 2^4 \times (-50)^3}{(-25)^4 \times (-4)^5 \times (-27)^2} \text{ et } B = \frac{(-36)^2 \times 18^4}{12^3 \times (-81)^3}.$$