

Exercices supplémentaires : dénombrement

Exercice 1

Dans une pièce, il y a 23 personnes.

- 1/ De combien de façons peut-on les compter ? Et si on compte une certaine personne toujours en premier ?
- 2/ De combien de façons peut-on les compter si l'on compte d'abord les filles puis les garçons, sachant qu'il y a 18 filles et 5 garçons ?

Exercice 2

On constitue un comité de 8 personnes choisies parmi 15 femmes et 12 hommes.

- 1/ Combien y a-t-il de comités possibles ?
- 2/ Même question si le comité contient autant d'hommes que de femmes.
- 3/ Même question si le comité contient au moins 2 femmes.

Exercice 3

Combien y a-t-il d'anagrammes du mot ANGELOT ? Du mot BAOBAB ?

Exercice 4

Au bridge, on distribue aux 4 joueurs toutes les cartes d'un jeu de 52 cartes, à raison de 13 cartes par joueurs.

Combien y a-t-il de distributions possibles ?

Exercice 5

Au poker fermé (on distribue à chaque joueur 5 cartes d'un jeu de 52 cartes), combien y a-t-il de "mains" contenant :

- 1/ une quinte flush ? (5 cartes qui se suivent et de la même couleur)
- 2/ un carré ? (4 cartes de hauteurs identiques)
- 3/ une quinte ? (5 cartes qui se suivent)
- 4/ une couleur ? (5 cartes de la même couleur)
- 5/ un full ? (un brelan et une paire)
- 6/ un brelan ?
- 7/ une paire ?

Exercice 6

Au péage de l'autoroute, un automobiliste doit payer n euros (n entier naturel non nul) en insérant uniquement des pièces de 1€ et de 2€. On note N_n le nombre de façons différentes de payer les n euros, en tenant compte de l'ordre d'introduction des pièces.

- 1/ Calculer N_1, N_2, N_3 et N_4 .
- 2/ En considérant la valeur de la dernière pièce, justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $N_{n+2} = N_{n+1} + N_n$.
- 3/ En déduire N_n ne fonction de n .

Exercice 7

On veut distribuer 7 prospectus dans 10 boîtes aux lettres nominatives. De combien de façons peut-on le faire si :

- 1/ On dépose au plus un prospectus par boîte et les prospectus sont tous identiques ?
- 2/ On dépose au plus un prospectus par boîte et les prospectus sont tous différents ?
- 3/ On dépose un nombre quelconque de prospectus par boîte et les prospectus sont tous différents ?
- 4/ On dépose un nombre quelconque de prospectus par boîte et les prospectus sont tous identiques ?

Exercice 8

Soit n un entier naturel non nul.

- 1/ Une compagnie d'aviation dessert n villes. Tous les trajets entre les villes sont possibles. Combien de billets différents doit-elle éditer ?
- 2/ Lors d'une soirée avant la pandémie, n personnes se serrent tous la main. Combien de poignées de mains sont échangées ?

Exercice 9

Soient E et F deux ensembles finis respectivement à p et n éléments, avec p et n deux entiers naturels non nuls.

- 1/ Déterminer le nombre d'injections de E dans F .
- 2/ Déterminer le nombre de bijections de E dans E .

Exercice 10

Soit E un ensemble fini de cardinal $n \in \mathbb{N}^*$.

- 1/ Soit A une partie de E à p éléments, p entier naturel non nul. Combien y a-t-il de parties B de E incluses dans A ?
- 2/ Combien peut-on dénombrer de couples (A, B) de parties de E tels que $B \subset A$?
- 3/ En déduire le nombre de couples (A, B) de parties de E disjointes ?