

Programme de la colle n° 9 (du 10/03 au 22/03)**Suites réelles (suite et fin)**

Révision du programme précédent, en particulier les suites définies par $u_{n+1} = f(u_n)$.

Critères de convergence/divergence : théorème de comparaison pour les limites infinies ; théorème des gendarmes.

Théorème (admis) sur la limite des suites monotones.

Suites adjacentes : définition et convergence vers une même limite.

Comparaisons des suites : suite négligeable devant une autre, suite équivalente, notations o et \sim ; critères pratiques avec la limite du quotient ; passage de l'équivalent à l'égalité avec o ; propriétés pour les opérations sur les équivalents : produit, quotient, puissance, valeur absolue ; théorème : deux suites équivalentes sont de même nature et ont même limite si elle existe.

Théorème sur les exemples de référence : toute suite bornée est négligeable devant une suite qui tend vers $\pm\infty$, toute suite convergente est équivalente à sa limite réelle non nulle, comparaisons de $(\ln(n))^\beta$, n^α , a^n , $n!$; équivalents usuels : si $\lim(u_n) = 0$, alors :

$\ln(1 + u_n) \sim u_n$; $\sin(u_n) \sim u_n$; $1 - \cos(u_n) \sim \frac{u_n^2}{2}$; $\tan(u_n) \sim u_n$; $(1 + u_n)^\alpha - 1 \sim \alpha u_n$; $e^{u_n} - 1 \sim u_n$. Équivalent de $P(u_n)$ lorsque P est une fonction polynôme et u_n tend vers 0 ou $\pm\infty$.

Question de cours :

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus (hors révision). Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.

N. B. : les relations de comparaison avec "petit o " et \sim resteront d'un usage limité, l'important étant la maîtrise des équivalents usuels.