Programme de la colle n° 8 (du 24/02 au 8/03)

<u>Suites réelles</u> (début)

Rappels des propriétés de $\mathbb{R}$: inégalités et opérations, valeur absolue : définition et propriétés, minoration, majoration, bornes inférieure et supérieure (existence admise), plus grand/petit élément, partie entière, intervalles de $\mathbb{R}$.
Généralités sur les suites : définition, notation, sens de variation, suite minorée, majorée, bornée, suite extraite ; opérations sur les suites, l'ensemble des suites réelles définies sur $\mathbb{N}$ est un espace vectoriel (admis).
Suites classiques : suites arithmétiques, géométriques (terme général, somme des termes consécutifs) ; suites arithmético-géométriques : méthode pour le calcul de u_n en fonction de u_0, a, b, n (la formule n'est pas à connaître).

Suites définies par une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 : définition, théorème : $S_{a,b} = \{(u_n) \mid \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n\}$ est un espace vectoriel de dimension 2, propriété : condition pour qu'une suite géométrique appartienne à $S_{a,b}$, théorème : description d'une base de $S_{a,b}$ selon le signe du discriminant de l'équation caractéristique.

Convergence - Divergence : définition de la convergence avec (ε, n_0), définition des limites infinies ; toute suite convergente est bornée.

Théorème sur la limite des suites extraites d'une suite ayant une limite, finie ou non ; étude de la convergence des suites (q^n) ; propriété : si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) admettent pour limite $\ell \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$, alors (u_n) aussi.

Opérations sur les limites (admises) ; propriété : le produit d'une suite bornée par une suite de limite nulle converge vers 0.

Théorème (admis) sur la limite de $f(u_n)$ quand (u_n) a une limite ; conséquence sur la limite des suites définies par $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est continue ; théorèmes sur les liens entre l'encadrement de u_n et l'encadrement de sa limite, conséquence sur la limite d'une suite positive ou négative à partir d'un certain rang et le passage à la limite dans les inégalités.

<u>Question de cours</u> :

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus (hors révisions). Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.

<u>N. B.</u> : En 1ère semaine les exercices porteront surtout sur l'utilisation des suites classiques, mais on pourra utiliser les limites des suites géométriques par exemple.