Programme de la colle n° 5 (du 1/12 au 10/01)

Applications linéaires et matrices (suite)

Révision du programme précédent (partie concernant ce chapitre).

Rang d'une application linéaire : définition, propriétés : lien avec la surjectivité et le rang de l'image d'une base ; rang d'une matrice ; théorème du rang, version pour les matrices.
Théorème : équivalence des notions de bijectivité, d'injectivité et de surjectivité lorsque les s.e.v. de départ et d'arrivée ont la même dimension ; théorème : caractérisation des isomorphismes à l'aide de l'image d'une base, condition nécessaire sur les dimensions pour avoir un isomorphisme.
Opérations sur les applications linéaires : la somme, le produit par un scalaire, la composée, la réciproque d'un isomorphisme sont linéaires ; propriétés de distributivité de la composition sur la somme.

Matrice d'une application linéaire dans des bases de deux s.e.v. de $\mathbb{R}^p$ et de $\mathbb{R}^n$; cas de l'identité ; théorème (admis) : $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ et $\mathcal{L}(E, F)$ sont en bijection ; propriété : lien entre le calcul de l'image d'un vecteur et le produit matriciel ; théorème (admis) : matrice de la somme, du produit par un scalaire et de la composée de deux applications linéaires, cas particulier de f^n.
Théorème : le rang de l'application linéaire est le rang de sa matrice dans n'importe quelles bases ; propriété : caractérisation de la bijectivité à l'aide de la matrice associée, matrice de la réciproque, cas particulier des endomorphismes ; théorème : une matrice est inversible si elle l'est à gauche ou à droite.

Question de cours :

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus (hors révisions). Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.

N. B. : En 1ère semaine les exercices porteront surtout sur le début du chapitre (applications linéaires sans utilisation de matrices).