Programme de la colle n° 3 (du 4/11 au 16/11)

I) Matrices et systèmes linéaires (suite et fin)

Révision du programme précédent (partie concernant ce chapitre).

Méthode du pivot de Gauss : objectif, opérations élémentaires sur les lignes d'un système, théorème (admis) : les opérations élémentaires et celles qui s'en déduisent simplement ($L_i \leftarrow aL_i + bL_j$ et $L_i \leftarrow L_i + \sum_{j \neq i} \beta_j L_j$) transforment un système en un système équivalent ; système échelonné ; exposé de la méthode du pivot de Gauss. Théorème (admis) sur le nombre de solutions des systèmes homogènes ayant plus d'inconnues que d'équations.

Applications aux matrices : théorème (admis) : A est inversible ssi le système $AX = Y$ possède une unique solution X ; application : méthode pratique du calcul de A^{-1} ; CNS pour qu'une matrice 2×2 soit inversible (la formule donnant l'inverse n'est pas exigible) ; propriété 1 : une matrice diagonale est inversible ssi tous ses coefficients diagonaux sont non nuls et expression de l'inverse ; propriété 2 (admise) : une matrice triangulaire est inversible ssi tous ses coefficients diagonaux sont non nuls.

Opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice, définition d'une réduite de Gauss ; propriété (admise) : les opérations élémentaires se traduisent par un produit matriciel (à gauche) par une matrice inversible obtenue à partir de la matrice unité ; définition d'une matrice échelonnée, théorème : toute matrice peut être transformée en une matrice échelonnée (réduite de Gauss) ; théorème pour les matrices inversibles et méthode de Gauss-Jordan pour calculer l'inverse.

II) Espace vectoriel $\mathbb{R}^n$ (début)

Définition des opérations dans $\mathbb{R}^n$, règles de calcul, combinaison linéaire de vecteurs.

Sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$: définition, propriété sur l'intersection de 2 ou plusieurs s.e.v., théorème sur le s.e.v. engendré par une famille de vecteurs, propriété d'invariance par les opérations élémentaires sur les vecteurs (multiplication par un scalaire non nul, addition d'un vecteur) et condition pour que le s.e.v. soit inchangé quand on adjoint un vecteur à la famille de départ. Classification des s.e.v. de $\mathbb{R}^2$, représentation paramétrique et par équation cartésienne d'une droite vectorielle.

Question de cours :

Elle portera uniquement sur le programme ci-dessus (hors révisions). Les démonstrations vues en cours ne sont pas exigibles, sauf dans les cas très simples, mais des questions générales peuvent être posées à leur sujet, ainsi que toute question visant à tester la bonne compréhension du cours.

N. B. : pas d'exercices sur le II) en 1ère semaine.